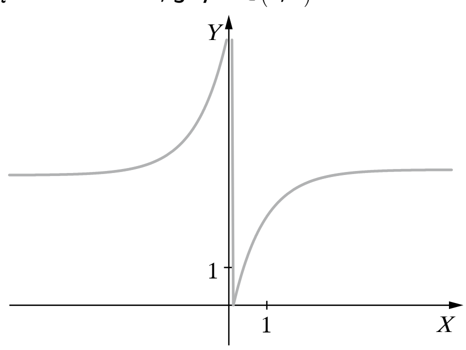
KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom rozszerzony

Listopad 2018

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	$q^2=\frac{1}{16}$, więc $q=-\frac{1}{4}$, bo $q<0$, stąd $S=\frac{16}{1+\frac{1}{4}}=12{,}8$
2.	C	$x+1>0 \wedge x+1\neq 1 \wedge 4-x^2>0$, $D=(-1,\ 0)\cup(0,\ 2)$
3.	B	Posługując się wykresem funkcji $f(x)=\left\|3-\frac{1}{x}\right\|$, można stwierdzić, że równanie $f(x)=m$ ma dwa różne rozwiązania dodatnie, gdy $m\in(0,\ 3)$. 
4.	D	$f'(x)=\frac{-x^2-6x+16}{(x-2)^4}$, $f'(x)=0$ tylko dla $x=-8$ i w tym punkcie pochodna zmienia znak
5.	A	$\|\angle ADC\|=125°$, $\|\angle ABC\|=55°$, więc $\alpha=180°-40°-55°=85°$

Zadania otwarte – kodowane

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
6.	2 5 0	$\lim\limits_{x\to-2}\left(\frac{x-3}{x+2}-\frac{x^3-52}{x^3+8}\right)=\lim\limits_{x\to-2}\left(\frac{(x-3)(x^2-2x+4)-x^3+52}{x^3+8}\right)=$ $=\lim\limits_{x\to-2}\left(\frac{-5x^2+10x+40}{x^3+8}\right)=\lim\limits_{x\to-2}\left(\frac{-5(x+2)(x-4)}{(x+2)(x^2-2x+4)}\right)=2{,}5$	0–2

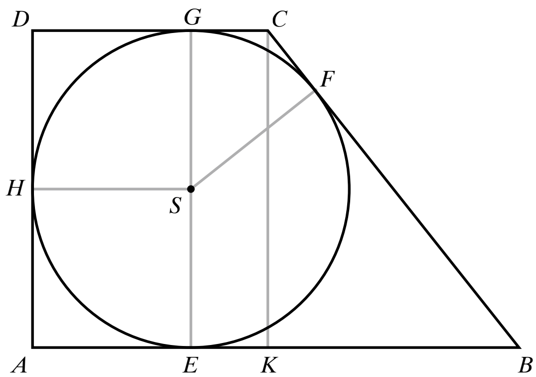
Zadania otwarte

Uwagi ogólne.

- Jeżeli zdający rozwiąże bezbłędnie zadanie inną metodą, nieopisaną w schemacie, ale merytorycznie poprawną, otrzymuje za to rozwiązanie maksymalną liczbę punktów.
- Za błąd rachunkowy zdający traci 1 punkt, jeżeli błąd ten nie spowodował znacznego ułatwienia lub utrudnienia zadania (wówczas należy potraktować go tak, jakby był błędem rzeczowym).
- Jeżeli zdający popełni błąd merytoryczny, otrzymuje punkty tylko za tę część zadania, którą rozwiązał do momentu popełnienia tego błędu, dalsza część nie jest oceniania (więc jeżeli zostanie on popełniony na początku, zdający otrzymuje za zadanie 0 punktów).
- Jeżeli zdający źle przepisze dane liczbowe z zadania, ale nie spowoduje to zmiany sensu zadania bądź nie ułatwi rozwiązania, wówczas za całe zadanie traci 1 punkt.
- Jeżeli zdający prawidłowo rozwiąże zadanie, ale podczas zapisywania odpowiedzi źle przepisze rozwiązanie, należy potraktować to jako błąd nieuwagi, za który zdający nie traci punktu.
- Jeżeli punkt ma być przyznany za zapisanie układu kilku równań, to równania te nie muszą być zapisane jedno pod drugim i połączone klamrą, wystarczy, że będą zapisane (w różnych miejscach).

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
7.	Postęp: Rozpatrzenie dwóch przypadków i zapisanie układów nierówności: $\begin{cases} 2x-7\geq 0 \\ 3x-(2x-7)<11 \end{cases}$ i $\begin{cases} 2x-7<0 \\ 3x-(-2x+7)<11 \end{cases}$ lub $\begin{cases} 2x-7>0 \\ 3x-(2x-7)<11 \end{cases}$ i $\begin{cases} 2x-7\leq 0 \\ 3x-(-2x+7)<11 \end{cases}$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Rozwiązanie przynajmniej jednego układu nierówności: $x\in\left\langle \frac{7}{2}, 4\right)$ lub $x\in\left(\frac{7}{2}, 4\right)$ lub $x\in\left(-\infty, \frac{7}{2}\right)$ lub $x\in\left(-\infty, \frac{7}{2}\right\rangle$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie rozwiązania: $x\in(-\infty,4)$	3
	UWAGI 1. Zadający może rozpatrzyć przypadki $2x-7\geq 0$ i $2x-7\leq 0$. 2. Jeżeli zadający rozpatrzy przypadki $2x-7>0$ i $2x-7<0$ lub nie rozpatrzy ich wcale, to za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania		Liczba punktów
8.	I metoda	II metoda	1
	Postęp:		
	Przekształcenie lewej strony równania do postaci: $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=2\sin\frac{\frac{2}{3}\pi}{2}\cos\frac{2x-\frac{\pi}{3}}{2}$ lub $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=2\cos\frac{-\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{2x+\frac{2\pi}{3}}{2}$ lub $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x-\frac{\pi}{6}\right)+\cos x=2\cos\frac{\frac{\pi}{3}}{2}\cos\frac{-2x+\frac{\pi}{3}}{2}$	Przekształcenie równania do postaci: $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{3}{2}\cos x=\frac{3}{2}$ i wyznaczenie z tego równania sin lub cos: $\sin x=\frac{3-3\cos x}{\sqrt{3}}$ lub $\cos x=\frac{3-\sqrt{3}\sin x}{3}$	
	Istotny postęp:		2
	Przekształcenie równania do jednej z postaci: $\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ lub $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ lub $\cos\left(-x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$	Zapisanie równania: $\sin^2 x+\left(\frac{3-\sqrt{3}\sin x}{3}\right)^2=1$ lub $\cos^2 x+\left(\frac{3-3\cos x}{\sqrt{3}}\right)^2=1$ i doprowadzenie tych równań do najprostszej postaci odpowiednio: (*) $2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin x=0$ lub (**) $2\cos^2 x-3\cos x+1=0$	
	Pokonanie zasadniczych trudności:		3
	Rozwiązanie równania bez uwzględnienia dziedziny: $x=2k\pi$ lub $x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ i $k\in C$	Podanie rozwiązań równań (*) $x\in\left\{0,\frac{\pi}{3},\frac{2}{3}\pi,\pi,2\pi\right\}$ – bez uwzględnienia założenia $\cos x\geq 0$ lub (**) $x\in\left\{0,\frac{\pi}{3},\frac{5}{3}\pi,2\pi\right\}$ – bez uwzględnienia założenia $\sin x\geq 0$	
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie poprawnych rozwiązań $x\in\left\{0,\frac{\pi}{3},2\pi\right\}$		4
	UWAGI 1. Za brak zapisu $k\in C$ nie trzeba odjąć punktu, o ile z dalszej części rozwiązania zadania jasno wynika, że zdający dobrze interpretuje k. Jeżeli zapisze rozwiązania bez informacji, że $k\in C$ i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy, to za całe zadanie może dostać maksymalnie 2 punkty.		

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
9.	**W modelu rozwiązania korzystamy z danych jak na rysunku:**  **I metoda** Postęp: Obliczenie lub zaznaczenie na rysunku długości dwóch ramion trapezu $\|AD\| = 10$ i $\|BC\| = 10\sqrt{2}$ oraz zauważenie dwóch par odcinków równej długości: $\|EB\| = \|FB\| = y$ oraz $\|GC\| = \|CF\| = x$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Wyznaczenie długości odcinka KB: $\|KB\| = 10$ i zapisanie równań pozwalających wyznaczyć x lub y: $10 + \|EK\| = \|FB\|$, czyli: $10 + x = y$ oraz $x + y = 10\sqrt{2}$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Poda długości odcinków $\|CF\| = x = 5\sqrt{2} - 5$, $\|FB\| = y = 5\sqrt{2} + 5$	3
	II metoda Postęp: Obliczy lub zaznaczy na rysunku długości dwóch ramion trapezu $\|AD\| = 10$, $\|BC\| = 10\sqrt{2}$ i długość odcinka $\|KB\| = 10$ oraz zauważy jedną parę odcinków równej długości: $\|GC\| = \|CF\| = x$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Skorzystanie z twierdzenia o czworokącie opisanym na okręgu i zapisanie równania: $10 + 10\sqrt{2} = 20 + 2x$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie długości odcinków: $\|CF\| = x = 5\sqrt{2} - 5$, $\|FB\| = 5\sqrt{2} + 5$	3
	III metoda Postęp: Obliczenie lub zaznaczenie na rysunku długości dwóch ramion trapezu $\|AD\| = 10$ i $\|BC\| = 10\sqrt{2}$ oraz zauważenie dwóch par odcinków równej długości: $\|EB\| = \|FB\| = y$ oraz $\|GC\| = \|CF\| = x$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Uzasadnienie, że trójkąty CSF i FSB są podobne lub wykazanie, że kąt CSB jest prosty i zapisanie: $25 = xy$ i $x + y = 10\sqrt{2}$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie długości odcinków: $\|CF\| = x = 5\sqrt{2} - 5$, $\|FB\| = 5\sqrt{2} + 5$	3
	UWAGI W III metodzie w pokonaniu zasadniczych trudności zdający musi uzasadnić podobieństwo lub wykazać, że odpowiedni kąt jest prosty. Jeżeli zdający zapisze równanie bez tego uzasadnienia, traci punkt tylko za ten krok.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
10.	Postęp: Skorzystanie z twierdzenia sinusów i wzoru na sinus kąta podwojonego i wyznaczenie: $2b\cos\beta = a$ lub Zapisanie twierdzenia cosinusów ze zmiennymi *a*, *b*, *c* oraz $\cos\beta$: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\left(2\cos^2\beta - 1\right)$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ oraz Zapisanie, że: $2c^2 = 2bc\left(2\cos^2\beta - 1\right) + 2ac\cos\beta$ (w równaniu nie powinno być ani a^2, ani b^2)	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równań, w których nie będzie funkcji cosinus (jedynie zmienne *a*, *b*, *c*): $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\left(2\cdot\frac{a^2}{4b^2} - 1\right)$ oraz $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\frac{a}{2b}$ (wymagane są oba równania) lub Zapisanie jednego równania w postaci np.: $2c^2 = 2bc\left(2\cdot\frac{a^2}{4b^2} - 1\right) + 2ac\frac{a}{2b}$ lub Wyznaczenie $2b\cos\beta = a$ oraz zapisanie jednego z równań: $c = b\left(4\cos^2\beta - 1\right)$ lub $a^2 - b^2 = -2bc\cos^2\beta + bc + ac\cos\beta$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Prawidłowe przekształcenie równań do tezy: $a^2 - b^2 = bc$	3
11.	Postęp: Zapisanie warunku $W(-1) = 6$ w postaci $-2 + a - b + c = 6$ lub Obliczenie pierwiastków trójmianu $x^2 + x - 6$ i zapisanie $W(2) = 0$ i $W(-3) = 0$ albo zauważenie, że liczby 2 i -3 są również pierwiastkami wielomianu $W(x)$ (zdający może to zapisać słownie) lub Podzielenie wielomianu $W(x):\left(x^2 + x - 6\right)$ i otrzymanie ilorazu $Q(x) = 2x + a - 2$ i reszty $R(x) = (b - a + 14)x + 6a + c - 12$	1
	Istotny postęp: Zapisanie układu równań: (*) $\begin{cases} a - b + c = 8 \\ 16 + 4a + 2b + c = 0 \\ -54 + 9a - 3b + c = 0 \end{cases}$ lub Zapisanie układu równań: (**) $\begin{cases} a - b + c = 8 \\ a - b = 14 \\ 6a + c = 12 \end{cases}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Doprowadzenie układu równań (*) lub (**) do równania z jedną niewiadomą	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie rozwiązania: $a = 3$, $b = -11$, $c = -6$	4
	UWAGI 1. Jeżeli podczas obliczania pierwiastków trójmianu (albo podczas dzielenia wielomianów) zdający popełni błąd rachunkowy i zapisze układ równań dla błędnie znalezionych dwóch różnych pierwiastków (bądź błędnie wyznaczonej reszty ilorazu), należy odjąć 1 punkt. 2. Jeżeli zdający dobrze obliczy pierwiastki (albo dobrze podzieli wielomiany), ale popełni błąd w zapisaniu układu (w którymkolwiek, ale jednym równaniu), również należy odjąć 1 punkt. 3. Za dwa błędnie zapisane równania za całe zadanie zdający może otrzymać maksymalnie 1 punkt.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
12.	Postęp: Przy oznaczeniach: A – zdarzenie polegające na wylosowaniu pary liczb, których iloczyn jest mniejszy od 30; B – zdarzenie polegające na wylosowaniu pary liczb, w której pierwsza liczba jest mniejsza od drugiej liczby: Obliczenie: $\|B\| = 29 + 28 + \ldots + 1 = 435$ (lub $\|B\| = \binom{30}{2} = 435$) lub Wyznaczenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu $A \cap B$: Dla „1” na pierwszej pozycji: $(1, 2), (1, 3), \ldots, (1, 29)$ Dla „2” na pierwszej pozycji: $(2, 3), (2, 4), \ldots, (2, 14)$ Dla „3” na pierwszej pozycji: $(3, 4), (3, 5), \ldots, (3, 9)$ Dla „4” na pierwszej pozycji: $(4, 5), (4, 6), (4, 7)$ Inne liczby na 1. pozycji nie mogą się znajdować. Zatem: $\|A \cap B\| = 28 + 12 + 6 + 3 = 49$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie: $\|B\| = 435$ oraz $\|A \cap B\| = 49$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie rozwiązania: $P(A\|B) = \frac{49}{435}$	3
	UWAGI 1. Za obliczenie ilości wszystkich zdarzeń elementarnych $(\|\Omega\|)$ nie przyznaje się punktu. 2. Jeżeli podczas obliczania $\|A \cap B\|$ zdający rozpatrzy wszystkie przypadki, ale podczas zliczania pomyli się o co najwyżej 2 zdarzenia elementarne, należy potraktować to jako błąd rachunkowy. 3. Ostatni etap zadania (obliczenie prawdopodobieństwa) jest punktowany tylko wówczas, jeżeli moce zdarzeń B oraz $A \cap B$ są obliczone poprawnie merytorycznie z możliwym błędem rachunkowym – np. w obliczaniu |B| zdający zauważy, że jest to suma $29 + 28 + \ldots + 1$, ale źle obliczy tę sumę. 4. Jeżeli B oraz $A \cap B$ zdający wyznaczy z błędem rachunkowym, ale konsekwentnie obliczy $P(A\|B)$, to za całe zadanie otrzymuje 1 punkt.	
13.	Rozwiązanie zadania składa się z trzech etapów: Etap I polega na zbadaniu warunku $\Delta > 0$, za ten etap zdający może otrzymać 2 punkty. Etap II polega na zbadaniu warunku podanego w zadaniu, za ten etap zdający może otrzymać 3 punkty. Etap III to podanie rozwiązania. Za ten etap zdający otrzymuje 1 punkt. Punkty za etap I i II zdobywane są niezależnie od siebie, punkt za etap III przyznawany jest tylko wtedy, gdy prawidłowo rozwiązane są etapy I i II (z ewentualnymi błędami rachunkowymi).	
	Etap I	
	Obliczenie wyróżnika $\Delta = 4m^3 + 4m^2 - 8m$ i zapisanie, że $\Delta > 0$ lub Obliczenie wyróżnika $\Delta = 4m^3 + 4m^2 - 8m$ i wyznaczenie pierwiastków wielomianu $\Delta(m)$: $m_1 = -2$, $m_1 = 0$, $m_1 = 1$	1
	Rozwiązanie nierówności $4m^3 + 4m^2 - 8m > 0$: $m \in (-2, 0) \cup (1, +\infty)$ Uwaga! Zdający może na tym etapie uwzględnić dodatkowo warunek $m \neq -1$ i zapisać rozwiązanie tego etapu w postaci np. $m \in (-2, -1) \cup (-1, 0) \cup (1, +\infty)$ lub równoważnej.	2
	Etap II	
	Zapisanie warunku $x_1^2 + x_2^2 \geq m - x_1 x_2$ w postaci: $\frac{8}{(m+1)^2} - \frac{2 - m^2}{m+1} \geq m$	1
	Przekształcenie nierówności $\frac{8}{(m+1)^2} - \frac{2 - m^2}{m+1} \geq m$ do postaci $m^2 + 3m - 6 \leq 0$ i zapisanie założenia $m \neq -1$ lub Rozwiązanie nierówności: $m^2 + 3m - 6 \leq 0$ bez założenia, że $m \neq -1$: $m \in \left\langle \frac{-3 - \sqrt{33}}{2}, \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} \right\rangle$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Rozwiązanie nierówności: $m^2+3m-6\le 0$ z założeniem, że $m\ne -1$: $m\in\left\langle\frac{-3-\sqrt{33}}{2},\ \frac{-3+\sqrt{33}}{2}\right\rangle\setminus\{-1\}$	3
	Etap III	
	Podanie rozwiązania: $m\in(-2,\,-1)\cup(-1,\,0)\cup\left(1,\ \frac{-3+\sqrt{33}}{2}\right\rangle$	1
	UWAGI 1. Jeżeli w II etapie zdający poda rozwiązanie bez założenia, że $m\ne -1$, ale uwzględni ten warunek w rozwiązaniu ostatecznym przy wyznaczaniu części wspólnej, to za całe zadanie otrzymuje maksymalną liczbę punktów. 2. Jeżeli zdający zbada i rozwiąże dodatkowe niepotrzebne warunki i uwzględni je w III etapie, to nie otrzymuje punktu tylko za III etap.	
14.	Postęp: Zapisanie układu równań: $\begin{cases}a+aq+aq^2+aq^3=272\\ aq^2=a+48\end{cases}$ lub $\begin{cases}a\cdot\frac{1-q^4}{1-q}=272\\ aq^2=a+48\end{cases}$	1
	Istotny postęp: Zapisanie równania: $(*)\ \frac{1+q+q^2+q^3}{q^2-1}=\frac{17}{3}$ lub $(**)\ \frac{3}{q^2-1}\cdot\frac{1-q^4}{1-q}=17$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Przekształcenie równania (*) do postaci $3q^3-14q^2+3q+20=0$ i zapisanie go w jednej z trzech możliwych postaci iloczynowych: $(q+1)(3q^2-17q+20)=0$ lub $(q-4)(3q^2-2q-5)=0$ lub $\left(q-\frac{5}{3}\right)(3q^2-9q-12)=0$ lub Przekształcenie równania (**) do postaci $3q^4-17q^3+17q^2+17q-20=0$ i zapisanie go w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego, np.: $(q^2-1)(3q^2-17q+20)=0$ lub Przekształcenie równania (**) do postaci $3q^2-17q+20=0$	3
	Rozwiązanie prawie pełne: Wyznaczenie rozwiązań równań (*) lub (**): $q=4$ lub $q=\frac{5}{3}$	4
	Rozwiązanie bezbłędne: Sprawdzenie, że $q=\frac{5}{3}$ spełnia warunki zadania i podanie odpowiedzi: $272=27+45+75+125$	5
	UWAGI Nie jest wymagane założenie, że $q\ne 1$ i $q\ne -1$. Jeżeli jednak zdający nie odrzuci tych rozwiązań i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy, to za całe zadanie otrzymuje maksymalnie 3 punkty.	

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
15.	Postęp: Zapisanie równania stycznej do paraboli poprowadzonej w punkcie $P=\left(x_0,\frac{1}{4}x_0^2-1\right)$: $y-\frac{1}{4}x_0^2+1=\frac{1}{2}x_0\left(x-x_0\right)$ lub Zapisanie warunku na to, aby prosta $y=ax+b$ miała dokładnie jeden punkt wspólny z parabolą $y=\frac{1}{4}x^2-1$: równanie $\frac{1}{4}x^2-1=ax+b$, czyli $\frac{1}{4}x^2-ax-b-1=0$ ma dokładnie jedno rozwiązanie, gdy $\Delta=0$: $a^2+b+1=0$	1
	Istotny postęp: Zapisanie warunku, jaki musi spełniać styczna do okręgu: (*) $\frac{\left\|x_0^2-20\right\|}{\sqrt{4x_0^2+16}}=2\sqrt{2}$ lub Zapisanie układu równań $(**)$: $\begin{cases} a^2+b+1=0 \\ \frac{\|b+6\|}{\sqrt{a^2+1}}=2\sqrt{2} \end{cases}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Przekształcenie równania (*) do postaci: $x_0^4-72x_0^2+272=0$ lub Przekształcenie układu (**) do równania z jedną niewiadomą, np.: $-8b=b^2+12b+36$	3
	Rozwiązanie prawie pełne: Wyznaczenie rozwiązań równania (*): $x_0\in\left\{-2\sqrt{17},-2,2,2\sqrt{17}\right\}$ lub Wyznaczenie rozwiązań równania (**): $b=-2$ lub $b=-18$	4
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie wszystkich czterech prostych spełniających warunki zadania: $y=x-2$, $y=-x-2$, $y=\sqrt{17}x-18$, $y=-\sqrt{17}x-18$	5
	UWAGI Jeżeli zdający rozwiązuje zadanie metodą pochodnych i popełni błąd w obliczeniu pochodnej funkcji kwadratowej, ale otrzyma funkcję liniową o współczynniku kierunkowym różnym od 0, to należy potraktować to jako błąd rachunkowy (zdający traci 1 punkt), jeżeli jednak wyznaczy pochodną i otrzyma inną funkcję (np. stałą albo wielomian trzeciego stopnia itp.), to należy potraktować to jako błąd rzeczowy.	
16.	Rozwiązanie zadania składa się z trzech etapów: Etap I polega na wyznaczeniu wysokości graniastosłupa za pomocą długości jego krawędzi podstawy (lub odwrotnie), zapisaniu objętości bryły jako funkcji jednej zmiennej i wyznaczeniu jej dziedziny, za ten etap zdający otrzymuje 3 punkty. Etap II polega na obliczeniu pochodnej funkcji, jej miejsc zerowych i zbadaniu z uzasadnieniem, gdzie funkcja osiąga wartość największą, za ten etap zdający otrzymuje 3 punkty. Etap III to podanie rozwiązania (wymiarów graniastosłupa i jego objętości), za ten etap zdający otrzymuje 1 punkt.	
	Etap I	
	Oznaczenie długości krawędzi podstawy graniastosłupa jako a, a jego wysokości jako H: Zapisanie: $H=S-2a$ lub $a=\frac{S-H}{2}$	1
	Zapisanie objętości bryły za pomocą jednej zmiennej: $V(a)=a^2\frac{\sqrt{3}}{4}\left(S-2a\right)$ lub $V(H)=\left(\frac{S-H}{2}\right)^2\frac{\sqrt{3}}{4}H$	2
	Wyznaczenie dziedziny funkcji: $D_{V(a)}:\ a\in\left(0;\frac{S}{2}\right)$ lub $D_{V(H)}:\ H\in\left(0;S\right)$	3

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Etap II	
	Wyznaczenie pochodnej funkcji $V(a)$ lub $V(H)$: $V'(a)=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(-6a^2+2Sa\right)$ lub $V'(H)=\frac{\sqrt{3}}{16}\left(3H^2-4SH+S^2\right)$	4
	Obliczenie miejsc zerowych funkcji pochodnej: $a=0$, $a=\frac{S}{3}$ lub $H=\frac{S}{3}$, $H=S$	5
	Zbadanie znaku pochodnej i prawidłowe uzasadnienie, że dla $a=\frac{S}{3}$ (bądź $H=\frac{S}{3}$) funkcja V osiąga największą wartość: Funkcja $V(a)$ rośnie w $\left(0,\frac{S}{3}\right)$ i maleje w $\left(\frac{S}{3},\frac{S}{2}\right)$ bądź Funkcja $V(H)$ rośnie w $\left(0,\frac{S}{3}\right)$ i maleje w $\left(\frac{S}{3},S\right)$	6
	Etap III	
	Podanie wymiarów i objętości bryły: $a=H=\frac{S}{3}$, $V=\frac{\sqrt{3}}{108}S^3$	7
	UWAGI 1. Jeżeli zdający zapisze objętość graniastosłupa z błędem rzeczowym, to może otrzymać co najwyżej 1 punkt za całe rozwiązanie, a jeżeli dodatkowo poprawnie wyznaczy dziedzinę funkcji V, to może otrzymać co najwyżej 2 punkty za całe rozwiązanie. 2. Jeżeli zdający obliczy pochodną funkcji V z błędem rachunkowym i otrzyma funkcję liniową albo funkcję kwadratową o niedodatnim wyróżniku, to może otrzymać punkty jedynie za pierwszy etap rozwiązania. 3. Jeśli zdający rozwiązuje zadanie dla innej bryły niż graniastosłup prawidłowy trójkątny, to otrzymuje 0 punktów. 4. Za rozwiązanie z konkretną wartością liczbową w miejsce S zdający otrzymuje 0 punktów.	